Il transitorio RL

01 · Il circuito e il valore iniziale

Modello del manoscritto. A $t = 0$ un generatore ideale di corrente costante I alimenta un resistore $R > 0$ in parallelo a un induttore ideale $L > 0$. Poniamo $i_L(0^-) = I_0$; i versi nei due rami sono concordi con la corrente erogata.

1. Continuità. Con tensioni finite, $i_L(0^+) = I_0$. La tensione comune ai rami è $v = L\,di_L/dt$.

2. Kirchhoff al nodo. Scriviamo $I = i_R + i_L$ e $i_R = v/R$. Sostituendo:

$$\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = I.$$

La costante di tempo è $\tau = L/R$, in secondi. Il polo naturale è $s_0 = -R/L$: quindi $\tau = -1/s_0$, con il segno meno.

3. Valore finale. A regime continuo $di_L/dt = 0$: l'induttore è un corto ideale, $v = 0$ e tutta la corrente passa in esso. Dunque $i_L(\infty) = I$.

Rielaborazione del Taccuino senza nome (61), pagine 34–35. Dati numerici aggiunti per verificare il modello. Esempio di approfondimento: il PDF della tua lezione segue il lavoro svolto insieme.

Il transitorio RL

02 · Soluzione e verifica indipendente

La soluzione che rispetta i tre dati è

$$i_L(t) = I + (I_0 - I)e^{-t/\tau}, \qquad \tau = L/R.$$

Derivandola otteniamo $v(t) = R(I - I_0)e^{-t/\tau}$; quindi $i_R(t) = (I - I_0)e^{-t/\tau}$. La somma $i_R + i_L = I$ verifica Kirchhoff a ogni istante.

Una variazione numerica. Con $I = 2\,\mathrm{A}$, $I_0 = 0$, $R = 10\,\Omega$, $L = 0{,}5\,\mathrm{H}$, si ha $\tau = 0{,}05\,\mathrm{s}$. Dopo una costante di tempo: $i_L = 2(1 - e^{-1}) \approx 1{,}264\,\mathrm{A}$, $v = 20/e \approx 7{,}358\,\mathrm{V}$.

Controlli. A $t = 0^+$ ritroviamo $i_L = 0$ e $v = 20\,\mathrm{V}$. Per $t \to \infty$, $i_L \to 2\,\mathrm{A}$ e $v \to 0$. L'energia finale è $Li_L^2/2 = 1\,\mathrm{J}$.

Riprova. Se L raddoppia, il valore finale resta $2\,\mathrm{A}$, ma il tempo necessario a raggiungere la stessa frazione raddoppia. Questi numeri applicano il modello simbolico del foglio.

Rielaborazione del Taccuino senza nome (61), pagine 34–35. Dati numerici aggiunti per verificare il modello. Esempio di approfondimento: il PDF della tua lezione segue il lavoro svolto insieme.